

DECOMPOSIZIONE IN FATTORI DI SOMME ALGEBRICHE

DI

POTENZE AD UGUALE ESPONENTE: $(a^n \pm b^n)$

$$(a \pm b) = (a \pm b)$$

$$(a^2 + b^2) = \text{non si scompone in } R; \quad \text{in } C: (a^2 + b^2) = (a + jb)(a - jb)$$

$$(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$$

$$(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a^4 + b^4) = \text{non si scompone in } R$$

$$(a^4 - b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) = \\ = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$$

$$(a^5 + b^5) = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

$$(a^5 - b^5) = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$

$$(a^6 + b^6) = [(a^2)^3 + (b^2)^3] = [(a^2) + (b^2)] \cdot [(a^2)^2 - a^2b^2 + (b^2)^2]$$

$$(a^6 - b^6) = [(a^2)^3 - (b^2)^3] = [(a^2) - (b^2)] \cdot [(a^2)^2 + a^2b^2 + (b^2)^2] = \\ = [(a^3)^2 - (b^3)^2] = (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) = \\ = (a - b)(a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5)$$

$$(a^7 + b^7) = (a + b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$$

$$(a^7 - b^7) = (a - b)(a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$$

$$(a^8 + b^8) = \text{non si scompone in } R$$

$$(a^8 - b^8) = (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) = \\ = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) =$$

$$= (a - b)(a^7 + a^6b + a^5b^2 + a^4b^3 + a^3b^4 + a^2b^5 + ab^6 + b^7)$$

.....

N. B. Le somme di potenze con esponente $n = 2^k$ (con $k \in \mathbb{N}$) non si scompongono in R .

Esempio:

$(a^{16} + b^{16})$ non si scompone perché $n = 16 = 2^4$;

$(a^{18} + b^{18})$ si scompone perché $n = 18 = 2 \cdot 3^2$.